

文章编号: 1000-8055(2001) 03-0232-06

非结构网格生成方法的改进 及气膜冷却三维静子流场的求解

王保国¹, 李荣先¹, 马智明², 葛兆生¹

1. 清华大学 工程力学系, 北京 100084;

2. 海军航空工程学院 青岛分院 数学教研室, 山东 青岛 266041

摘要: 讨论五面体网格下, 涡轮静子叶片含多排冷却孔时三维粘性流场雷诺平均 Navier-Stokes 方程组的数值求解问题。考虑到叶片含多排冷却孔的工程背景, 本文发展了生成五面体非结构网格的快速有效方法即仅在一个拟 S_1 面上生成非结构网格, 而沿叶高方向仍采用结构网格的生成办法。文中还采用了新的网格优化措施以改善生成网格的质量。流场的计算采用了非结构网格下的高分辨率迎风格式。几个典型算例表明: 本文发展的网格生成方法快速有效, 而且网格生成质量较高; 发展的计算格式能够获得较为满意的三维流场数值解, 并具有较高的激波分辨率。

关键词: 非结构网格; 气膜冷却叶片; 三维流场计算

中图分类号: O357.5; V231.3

文献标识码: A

1 引言

叶轮机械中的三维流场计算是计算流体力学中十分复杂的问题, 叶片表面含有冷却孔的涡轮流场又是三元流动计算中较为困难的问题之一。随着涡轮效率的提高, 涡轮进口的温度不断升高, 涡轮叶片表面的温度也愈来愈高, 因此气膜冷却技术在现代高负荷航空发动机涡轮部件中广泛采用着。面对工程中出现的涡轮叶片含有多排冷却孔的工程背景, 如何得到这种流场的收敛解便是急待解决的课题之一。

本文在如下两大方面开展了研究工作: (1) 由于叶片含多排冷却孔, 采用结构网格会遇到困难。考虑到叶片结构特点, 这里采用了五面体非结构网格; (2) 现代高负荷涡轮流场多属于跨音速流动, 因此在非结构网格下捕捉激波是一个难题^[1], 本文在构造差分格式方面进行了探讨, 并得到了

较为满意的数值解。

2 快速生成五面体非结构网格的一种方法

该方法只在任意选定的一个拟 S_1 面上生成非结构网格, 而其它拟 S_i 面上的网格则借助于空间映射。在拟 S_1 面上生成网格时, 采用了分区生成技术, 即在近壁面区生成以 O 型网格为基础的三角形单元, 在远离壁面区则采用改进的 Bowyer-Watson 算法^[2, 3]。

2.1 拟 S_1 面上非结构网格的生成技术

拟 S_1 面上非结构网格的生成过程, 大体上可由如下五步构成:

第一步是根据边界上给定的网格点坐标构造一个能包含所有边界点的参考网格系即矩形域, 并形成两个初始三角形。

第二步是在上述网格系中逐个一一加入边界上给定的网格点并借助于 Bowyer-Watson 方法

收稿日期: 2000-09-13; 修订日期: 2000-11-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59976015)

作者简介: 王保国(1947-), 男, 清华大学工程力学系教授, 博士, 博士生导师

删除多余三角形并得到满足 Delaunay 准则的初始网格系。

第三步是对网格系中的所有单元进行检查与分类。单元可分为好三角形与坏三角形。对坏三角形又可分成两类, 即活动三角形与非活动三角形。当网格系中所有单元均为好三角形时, 则表明该网格生成过程结束。

如果网格单元中有坏三角形, 则进行第四步工作, 即从活动三角形中, 选择当前需要加点的那个三角形, 并计算出加点位置;

第五步是将新增加的网格点加入到原网格系中, 于是便得到一个新的网格系, 而后就需要再去重复第三步工作, 一直到全部单元均为好三角形

为止。

2.2 拟 S_1 面上网格的分区处理

将计算域分为近叶面区(记为区域 I)与远离叶面区(记为区域 II), 并在区域 I 中生成 O 型网格。

2.3 关于网格点的空间映射

其它拟 S_1 面上的网格可按如下办法进行: 选定中心拟 S_1 面(即 50% 叶高截面所构成的拟 S_1 面)作为基础面并在这个面上生成非结构网格。令基础面上任一网格点的坐标为 (x, y, z) , 该点在所考察的任意一个拟 S_1 面上的对应点为 (ξ, η, ζ) , 这里点 (x, y, z) 与点 (ξ, η, ζ) 间满足如下的映

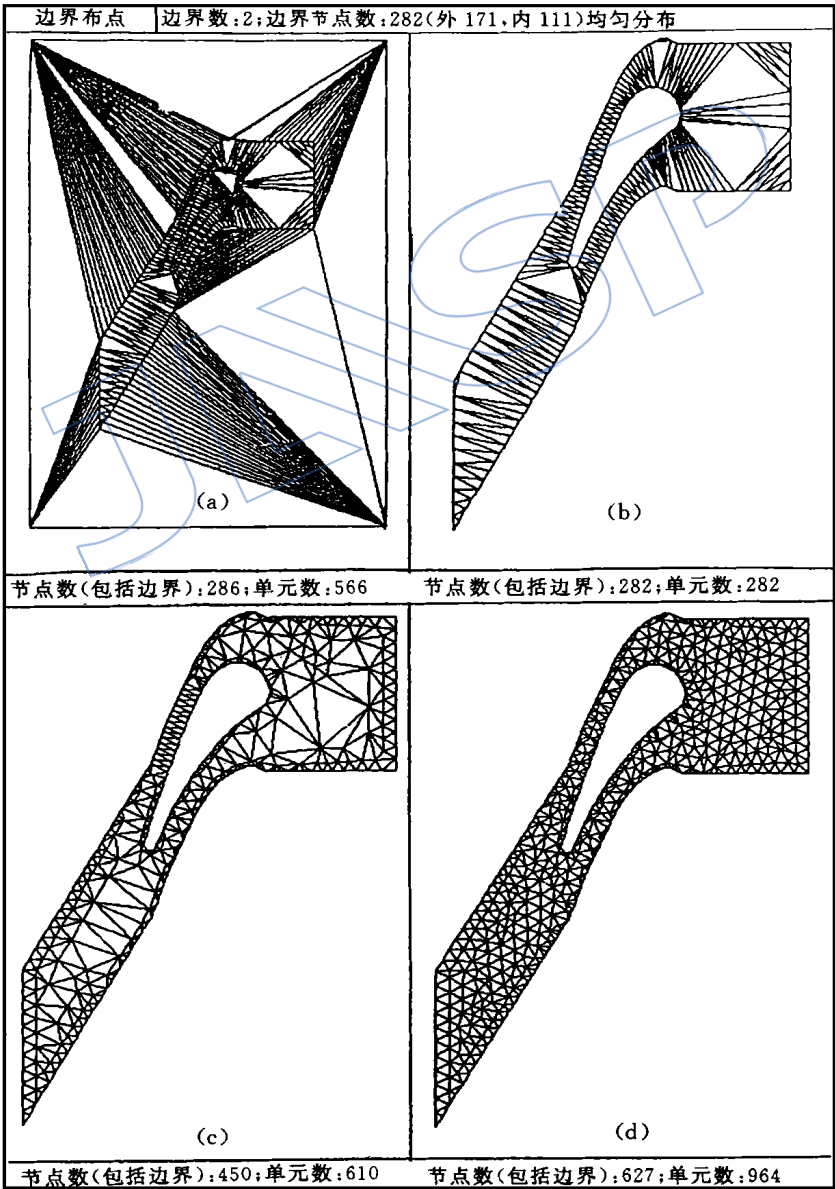


图1 生成过程图

射关系:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

应当指出方程(1)的边界条件是通过规定基础面与各拟 S_1 面边界点之间的对应关系确定的。

2.4 典型算例

图1给出了拟 S_1 面上区域II内生成非结构网格的过程,这里计算域的外边界输入了171个边界点,内边界输入111个边界点。借助本程序最终生成了964个单元,如图1(d)所示。

3 绝对坐标系下三维 Navier-Stokes 方程的求解

3.1 绝对坐标系下雷诺时均

Navier-Stokes 方程组

笛卡尔 (x, y, z) 坐标系下,三维、可压缩、非定常粘性流动雷诺时均 N-S 方程组可写为如下守恒形式^[1]:

$$Q_t + (f_I + f_V)_x + (g_I + g_V)_y + (h_I + h_V)_z = 0 \quad (2)$$

$$\text{其中 } Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \quad f_I = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e + P)u \end{bmatrix}$$

$$f_V = - \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{tx} \end{bmatrix}, \quad g_I = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ \rho vw \\ (e + P)v \end{bmatrix}$$

$$g_V = - \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{ty} \end{bmatrix}, \quad h_I = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + P \\ (e + P)w \end{bmatrix}$$

$$h_V = - \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{tx} \end{bmatrix}$$

这里 u, v, w 为沿 x, y, z 方向上的分速度, ρ 为流体密度, p 为压强。

3.2 方程的离散

将基本方程组(2)写成积分形式:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} Q dV + \oint_{\partial\Omega} f \cdot n dS = 0 \quad (3)$$

其中 $Q = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e]^T$

$$f = (f_I + f_V)i + (g_I + g_V)j + (h_I + h_V)k \\ = f^I + f^V$$

$$f \cdot n = (f_I + f_V)n_x + (g_I + g_V)n_y + (h_I + h_V)n_z$$

这里, Ω 为控制体, $\partial\Omega$ 为控制体的边界面, n 为 $\partial\Omega$ 的外法线方向单位矢量, n_x, n_y, n_z 为 n 在相应坐标方向的投影。对单元 i 积分,有:

$$V_i \frac{\partial Q_i}{\partial t} + \sum_{j=nb(i)} (f_{i,j} \cdot n_{i,j}) S_{i,j} = 0 \quad (4)$$

式中, V_i 为单元 i 的体积, $nb(i)$ 表示单元 i 的相邻单元,下标 i, j 表示单元 i 与单元 j 的交界面, $f_{i,j}, n_{i,j}$ 和 $S_{i,j}$ 分别表示界面 i, j 的矢通量、外法线单位矢量和面积。其中通量 $(f_{i,j} \cdot n_{i,j})$ 可分为两部分计算:

$$f_{i,j} \cdot n_{i,j} = F_{i,j}^I + F_{i,j}^V = (f^I + f^V)_{i,j} \cdot n_{i,j} \quad (5)$$

其中 $F_{i,j}^I$ 为对流项构成的无粘通量, $F_{i,j}^V$ 为粘性项构成的粘性通量。

3.3 无粘通量的计算

采用Roe 通量差分分裂,便有:

$$F_{i,j}^I = \frac{F_L^I + F_R^I - |A^{\text{Roe}}| (Q_R - Q_L)}{2} \quad (6)$$

其中 L, R 为边界左侧与右侧的物理状态, A^{Roe} 为Roe 平均下的物理状态所对应的无粘通量雅可比阵 $\partial F_{i,j}^I / \partial Q$ 。

在可压缩流动中,对各类间断的捕获一直是一个重要的研究课题,在非结构网格下为解决这一问题,本文把 q^L, q^R 的计算作了改进,引进了NND 格式的思想,其表达式为:

$$q^L = q_i + \min \text{mod} \left\{ \nabla q_i^*, \frac{\nabla q_i^* + \nabla q_j^*}{2} \right\} \cdot r_{ik} \\ q^R = q_j + \min \text{mod} \left\{ \nabla q_j^*, \frac{\nabla q_i^* + \nabla q_j^*}{2} \right\} \cdot r_{jk} \quad (7)$$

以二维情况为例(见图2),则 ∇q_A^* 的计算可表述如下:

$$\nabla q_A^* = \Phi \nabla q_A, \quad \Phi = \min(\Phi_n) \big|_{m=nb(A)} \quad (8)$$

式中 $\Phi_n = \begin{cases} 1 & \Delta q^{Ak} = 0 \\ \min \left\{ 1, \frac{\Delta q^{A \max}}{\Delta q^{Ak}} \right\} & \Delta q^{Ak} > 0 \\ \min \left\{ 1, \frac{\Delta q^{A \min}}{\Delta q^{Ak}} \right\} & \Delta q^{Ak} < 0 \end{cases}$

上式中

$$\begin{aligned} \Delta q^{A \max} &= \max(\Delta q^{AB}, \Delta q^{AC}, \Delta q^{AD}, 0) \\ \Delta q^{A \min} &= \min(\Delta q^{AB}, \Delta q^{AC}, \Delta q^{AD}, 0) \\ \Delta q^{AK} &= q^k - q^A, \quad \Delta q^{AB} = q^B - q^A \\ \Delta q^{AC} &= q^C - q^A, \quad \Delta q^{AD} = q^D - q^A \end{aligned}$$

m 为单元 A 的相邻单元 ($m = B, C, D$), k 为单元 A 与 m 的边界面中心点。计算实践证明, 这样处理后计算快速稳定, 捕捉激波的分辨率较高。

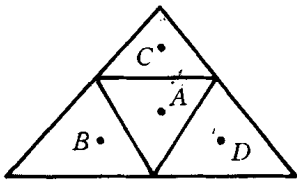


图2 单元分布示意图

3.4 离散方程的隐式求解

对于 N-S 基本方程组的离散在时间方向上可采用欧拉向后差分, 于是半离散方程可写为:

$$V_i \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{\Delta t} + R_i^{n+1} = 0 \tag{9}$$

对于 R_i^{n+1} 可采用局部线性化, 由牛顿公式, 有:

$$\begin{aligned} R(Q^{n+1}) &= R(Q^n) + \sum_{j=nb(i)} [(A_{i,\bar{y}}^I + A_{i,ij}^V) S_{\bar{y}} \delta Q_i^{(n)}] \\ &\quad + \sum_{j=nb(i)} [(A_{j,ij}^I + A_{j,ij}^V) S_{\bar{y}} \delta Q_j^{(n)}] \end{aligned} \tag{10}$$

其中 $\delta Q_i^{(n)} = Q_i^{n+1} - Q_i^n$

$$\left. \begin{aligned} A_{i,ij}^I &= \frac{\partial f_1(Q_i, Q_j)}{\partial Q_i}, \quad A_{j,ij}^I = \frac{\partial f_1(Q_i, Q_j)}{\partial Q_j} \\ A_{i,ij}^V &= \frac{\partial f_2(Q_i, Q_j)}{\partial Q_i}, \quad A_{j,ij}^V = \frac{\partial f_2(Q_i, Q_j)}{\partial Q_j} \\ f_1(Q_i, Q_j) &= \frac{F_i^I + F_j^I - |A_{R\alpha}|(Q_j - Q_i)}{2} \\ f_2(Q_i, Q_j) &\approx \mu I_V \frac{r_{i,j} \cdot n_{i,j}}{|r_{i,j}|^2} (Q_i^V - Q_j^V) \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

其中 $I_V = \text{diag}\left[0, 1, 1, 1, \frac{1}{(\gamma - 1)Pr}\right]$

$$Q^V = [0, u, v, w, \gamma P / \rho]$$

经上述处理后, 则(9)式最后可整理为如下形式:

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{I}{\Delta t} V_i + \alpha \beta \sum_{j=nb(i)} [S_{ij} (A_{i,ij}^I + A_{i,ij}^V)] \right\} \delta Q_i^{(n)} = \\ - R(Q_i^n) - \alpha \beta \sum_{j=nb(i)} [S_{ij} (A_{j,ij}^I + A_{j,ij}^V)] \delta Q_j^{(n)} \end{aligned} \tag{12}$$

式中 β 为格式开关, α 为加权系数, 当 $\beta = 1$ 时为隐式格式, 当 $\beta = 0$ 时为显式格式。

4 典型算例

4.1 SSME 涡轮静子三维粘性流场计算

关于 SSME 涡轮, 国外有较详细的实验数据, 尤其是关于传热的数据, 因此被广泛取作考核

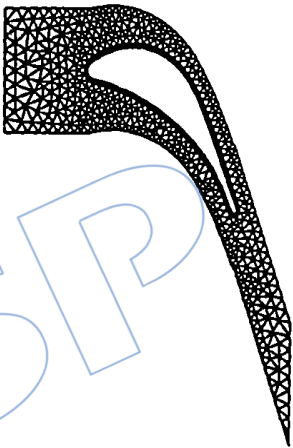


图3 拟 S_1 面非结构网格图

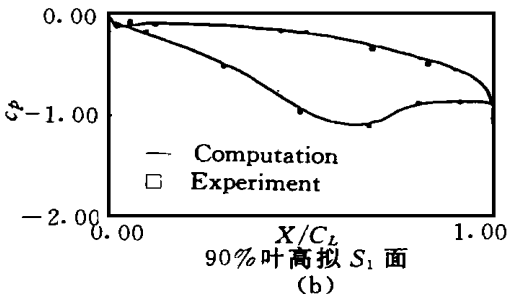
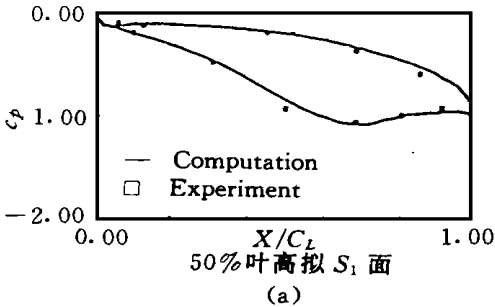


图4 SSME 涡轮静子叶片表面压力系数分布图

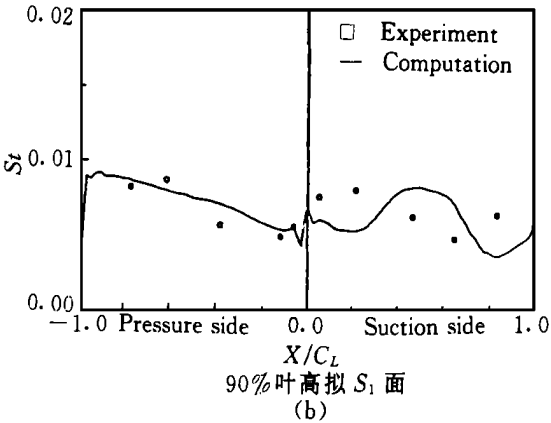
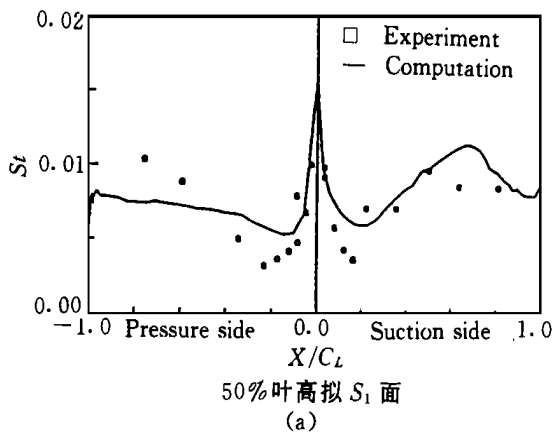


图5 SSME 涡轮静子叶片表面 Stanton 数分布图

算例。SSME 涡轮由两级组成，本文只计算了其中的第一级，包括1个静子和1个转子。叶型和流动参数取自文献[4]。计算工况为：

$$p_0 = 3.2481 \times 10^5 \text{ Pa} \quad , \quad T_0 = 569 \text{ K}$$
$$p_2 = 2.7861 \times 10^5 \text{ Pa} \quad , \quad T_u = 6.5\%$$

其中， p_0 为来流总压， T_0 为来流总温， p_2 为静子出口压力， T_u 为来流湍流度。

这里仅给出50%叶高拟 S_1 面网格见图3。在拟 S_1 面上，有2544个网格数，叶高方向上有36个，因此总网格数为91584。在叶片表面附近 O 型网格的层数为12，相邻网格长度的扩张比为1.4。图4分别给出了50%叶高和90%叶高处拟 S_1 面叶面压力系数 c_p 分布以及和实验值的比较。可以看到，这里的计算和实验符合很好。

图5分别给出了50%叶高和90%叶高处拟 S_1 面叶面 Stanton 数 St 分布以及和实验值的比较。显然这里的计算与实验值整体符合较好。

4. 2 含有多排冷却孔时涡轮静子三维粘性流场的数值模拟

这是某工程单位提供的算例，该涡轮静子有24个叶片，叶片上有6排冷却孔，其中吸力面上含3排，压力面上3排。计算工况如下：

$$p_0 = 16.2882 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$T_0 = 1556.5 \text{ K}$$
$$p_1 = 4.93204 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$T_u = 6.5\%$$

这里采用的计算网格为：在拟 S_1 面上有2223个网格，叶高方向有22，因此总的网格有48906。

图6给出了冷却孔附近速度矢量局部放大图，可以看到冷却孔附近的速度分布是较为合理的；图7给出了收敛曲线，可以看出要达到收敛标准只

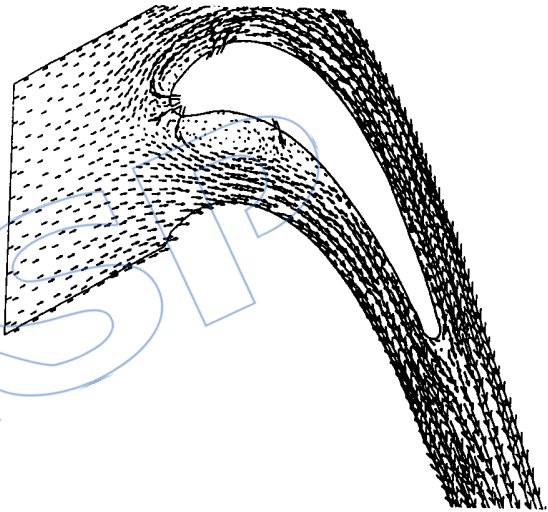


图6 冷却孔附近速度矢量的局部放大图

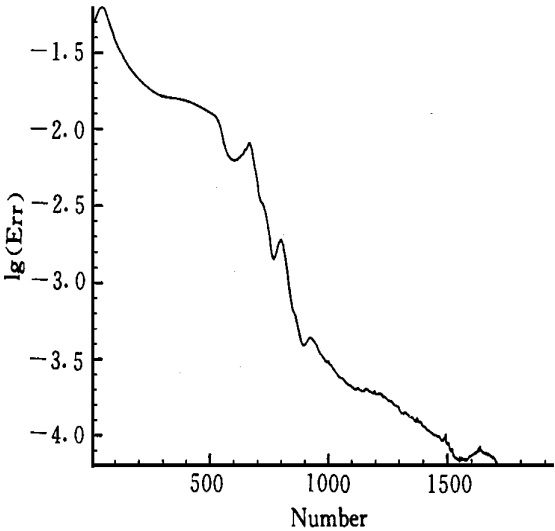


图7 带有多排冷却孔的涡轮静子流场计算的收敛曲线图

要迭代1711个时间步。

5 结 论

(1) 对于叶片表面含有多排冷却孔的涡轮静子粘性流场, 采用五面体非结构网格作计算网格是合理的。使用这种网格并采用适当的数值格式求解流场可以得到较为合理的速度分布, 尤其是冷却孔附近的流场。

(2) 大量的数值计算表明: 本文发展的这一套生成五面体非结构网格的方法快速有效, 网格分布合理, 网格质量较高。

(3) 几个典型算例表明: 在非结构网格下, 本文所构造的数值格式能够成功的求解涡轮静子三维粘性流场, 并且具有较高的流场分辨率。

参考文献:

- [1] 王保国, 黄虹宾著. 叶轮机械跨声速及亚声速流场的计算方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [2] Bowyer A. Computing Dirichlet Tessellation[J]. The Computer Journal, 1981, 24(2): 162–166.
- [3] Watson D F. Computing the N-Dimensional Delaunay Tessellation with Application to Voronoi Polytopes[J]. The Computer Journal, 1981, 24(2): 167–172.
- [4] Dunn M G, Kim J. Heat Transfer and Pressure Measurements and Comparison with Prediction for the SSME Two-Stage Turbine[R]. NASA CR 190164, (1991).

(责任编辑 杨再荣)

Improvement for Unstructured Grid Generation and Calculations of Three-Dimensional Turbulent Flow around Turbine Stator Blade Rows with Film Cooling

WANG Bao-guo¹, LI Rong-xian¹, MA Zhi-ming², GE Zhao-sheng¹

- [1. Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
2. Navy Aeronautic Engineering Institute, Qingdao 266041, China]

Abstract: The generation of prismatic unstructured grid for complex 3-D geometries and the application of a new high resolution algorithm for the unstructured grids have been developed in consideration of the engineering background. The unstructured grids are generated on one given S_1 surface (i.e. a surface of constant x^3 in a three-dimensional curved coordinate (x^1, x^2, x^3)), while the grids on the other S_1 surfaces are constructed by a space mapping. The final grids obtained in this way become unstructured on S_1 surfaces and structured in x^3 direction. Therefore they are composed of pentahedrons. In the generation of the grid on the S_1 surface, the triangle elements of O type grid are created near the walls. By improving Bowyer-Watson method, a scheme of high efficiency is developed to produce unstructured grids in the region far from the walls. The new algorithm consists of a high resolution finite-volume scheme for the 3-D Navier-Stokes turbulent flow equations. Spatial discretization uses a finite-volume. High-order Taylor series expansion is employed to march the solution in time. Spatial volume and time-step weighting of the residual are employed to produce a stable scheme. A second order smoothing operator and the minmod limiter are developed for shock-capturing. The operator retains its order with unstructured grids. Some typical numerical examples, including a turbine stator blade row with film cooling, demonstrate the ability of the algorithm to resolve local flow features.

Key words: unstructured grid; air film cooling; blades; three-dimensional flow field calculations